WORTEL in DRUK

Het kloppend hart van
de wiskundereünistenkring
De Wortel

nummer 12, juni 2003

Deze keer

$$L^{-1}URU^{-1}LUR^{-1}RUR^{-1}URU^2R^{-1}$$
$$L^2UF^{-1}BL^2FB^{-1}UL^2$$
$$FUD^{-1}L^2U^2D^2RU$$

Speedcubing is aan mij niet besteed. Op de puzzelmiddag op 17 mei stond ik oog in oog met een paar superkubuskerels. Op bladzijde 6 staat het verslag van die gezellige middag. Het heeft er voor gezorgd dat ik mijn kubus weer van zolder heb gehaald.
Als je speedcubet zul je erg veel draaireeksen moeten onthouden, bah. Tot nu toe heb ik mijn puzzel op kunnen lossen door alleen de drie reeksen hierboven te onthouden. Of het ook áltijd kan durf ik niet te zeggen.

Jeroen Hendrix

BBQ

Terwijl dit wordt geschreven regent het pijpenstelen en het schrijven vereist dus wat inlevingsvermogen. Desondanks: 21 juni organiseert De Wortel haar inmiddels traditionele barbecue. Net als vorig jaar voorafgegaan door een fietstocht.

Aanvang: 13.00 uur, voorplein station Nijmegen.

Aanmelden: uiterlijk 14 juni via dewortel@sci.kun.nl.

Kosten: ter plekke te voldoen, circa €15.

Meer info: `www-math.kun.nl/wortel`.

Met nog een laatste blik op het zwerk: ook bij regen gaan BBQ en fietstocht gewoon door.

Worteltjestaart

Ingrediënten

3	eieren (gesplitst)
2	eetlepels bloem
1	theelepel bakpoeder
1	eetlepel geraspte citroenschil
150gr	suiker
150gr	gehakte noten (amandelen, wal-, hazel-, pecannoten)
150gr	geraspte wortel
1	mespuntje kruidnagel
1	theelepel kaneel
1	mespuntje zout

Mix de suiker, eidooiers en citroenrasp tot het mengsel crèmig van kleur is. Voeg dan de noten, wortel, bloem, zout, kaneel, kruidnagel en bakpoeder toe. Schep alles met een lepel door elkaar. In het begin lijkt het gortdroog, dit verandert na een tijd. Roer totdat het plakkerig is. Mix in een vetvrije kom de eiwitten stijf. Spatel dit voorzichtig door het wortelmengsel. Doe het verkregen beslag in een ingevette springvorm en bak ongeveer 1 uur op 180 graden.
Voor het glazuur: klop 1 eiwit op met een vork totdat het een beetje schuimt. Mix hier 125 gram poedersuiker door totdat het stijf en taai is. Strijk dit over de taart en laat het hard worden.

Worteltjescake

Ingrediënten

2	eieren
200gr	wortel (geraspt)
200gr	boter
200gr	zelfrijzend bakmeel
150gr	suiker
125gr	blanke rozijnen
1	theelepel kaneel
1	mespuntje zout
100gr	monchou
125gr	poedersuiker
1	zakje vanillesuiker

Laat 150 gram van de boter smelten (magnetron). Mix de boter, suiker, wortel, zout en eieren met de mixer. Bakmeel zeven, kaneel toevoegen en alles mixen. Rozijnen erdoor roeren. Giet het beslag in een met bakpapier bekleed bakblik. De cake in 45 minuten op 175 graden bakken. Minimaal 1 uur laten afkoelen voor het aanbrengen van het glazuur.
De monchou met de poedersuiker en vanillesuiker mixen tot het glad en dik is. Dit glazuur aanbrengen op de cake en nog even in de koelkast zetten. Het glazuur wordt niet hard.

Cijfers en letters

Negenennegentig manieren om een recensie te schrijven

Zakelijk
Het boek waar ik dit maal een recensie over wil schrijven heet Stijloefeningen van de Franse schrijver Raymond Queneau. De Fransman beschrijft in dit boek een man met een vilthoed die op lijn 16 van de tram stapt. Dat doet hij op negenennegentig verschillende manieren: de stijloefeningen.

Twee sporen
De roman en de verhalenbundel waar schrijver en ondergetekende van dit stuk nu en op dit moment een samenvattend oordeel over wil optekenen en neerpennen is genaamd — en heeft als titel — Stijloefeningen (Exercises de Style) van de Frans-Romaanse auteur en essayist Raymond Queneau, door sommigen ook wel de incarnatie van de Ideale Schrijver genoemd. De Parijse wereldburger doet in dit tot boekwerk vermenigvuldigd geschrift kond en verslag van een persoon van mannelijke kunne met een schedel en haren bedekkend object van zachte fluweelachtige stof die op lijn 32 van de tram — of was het de lightrail? — stapt en plaatsneemt. Er zijn maar liefst honderdenachtennegentig wijzen en variaties waarop hij dit schrijfexperiment ten uitvoer brengt en voltooit. Samen vormen ze een uniek en schitterend mozaek van probeersels en trainingen in schrijfkunst en stijl.

Kort door de bocht
Het is een boek van een Fransman. Iets over een hoed en tram, maar dan heel vaak. Best wel leuk.

Achteruit
De oefenstof bestaat uit het op zoveel mogelijk manieren beschrijven van een tram — lijn 16 bij voorkeur — waar, voorafgegaan door zijn vilthoed, een man zijn hoofd naar binnen steekt. Een voorval opgetekend door iemand uit Frankrijk: Queneau, Raymond. Zijn Stijloefeningen, dat is het boek waarover dit keer de recensie van mijn hand zal gaan.

Vol verwachting
Weet jij al waar-ie dit keer zijn recensie over doet? Misschien wel dat boekje van die Queneau, weet-je-wel, die Fransman uit de kringen van Perec. Waar die al die variaties beschrijft waarop iemand op de tram kan stappen. Stijloefeningen, ja. Nou, dat wordt weer smullen.

Raadselachtig
Het is geen schilderij en ook geen muziekstuk, en toch wil ik er een recensie over schrijven. Een Engelsman heeft het niet gemaakt, een Duitser ook niet, en toch komt het uit het Europese taalgebied. Perec niet nee, en ook Cline

niet. Wat-ie op zijn hoofd heeft? Nee, zeker geen pet en een helm al allerminst. Autorijden doet-ie ook al niet, en op de fiets zul je hem never-nooit zien. Hoeveel variaties? Een uiterst merkwaardig produkt, met $a = 10$ en $b = 1$.

Afgesneden
Het boek waar ik dit maal een re over wil schrij heet Stijl van de Fran schrij Ray Que. De Frans bes in dit boek een man met een vilt die op lijn 6 van de tram stapt. Dat doet hij op ne vers man: de stijl.

Balkenbrij
Als-'t-gaat-om de 'spiratiebron waar de 'gering in de 'geringsverklaring haar 'spiratie aan heeft ontleend, dan hoort u mij niet zeggen dat ik 'ene of-'t-andere boek uitsluit. Waar-'t-gaat-om de normen-waden in onze samenleving, dan 'tekent voo't CDA, dat ieder individu, met of zonder hoofddeksel, gesluierd of met open 'zier, recht heeft om op zijn of haar 'nier van het openbaar vervoer gebruik te maken of and'szins op zijn of haar plaats 'stemming te komen. Dat is de ons gewenste pluformiteit in de 'richting van de saamleving.

En zo nog eenennegentig variaties.

- Raymond Queneau, *Stijloefeningen. Inleiding en vertaling door Rudy Kousbroek*, De Bezige Bij, ISBN 90-234-24021-6

Frans Janssen

Equivalenten van de Waaierstelling

Oneindigheid maakt de wiskunde spannend, maar soms ook lastig. Zo kan je van elk eindig aantal natuurlijke getallen het maximum bepalen, terwijl dat voor een oneindig aantal problematisch wordt. Het kan dus voorkomen dat je een niet-eindige verzameling of een rij in handen hebt, terwijl je op dat moment liever een eindige verzameling of een rijtje ter beschikking had gehad, bijvoorbeeld omdat je er verder mee wil rekenen.

Gelukkig zijn er in de wiskunde stellingen van de vorm: als je een object met die-en-die eigenschap hebt, dan is er ook een *eindig* object met die-en-die eigenschap. De stelling van Heine-Borel voor $[0, 1]$ vertelt bijvoorbeeld dat elke open overdekking van het interval $[0, 1]$ een eindige deeloverdekking heeft. En in de logica vind je de Compactheidsstelling voor de Uitspraakrekening: als Γ een niet-realiseerbare verzameling formules van de uitspraakrekening is, dan is er een eindige deelverzameling van Γ die ook niet realiseerbaar is. Dit soort stellingen maakt het mogelijk de stap naar het eindige te zetten.

De Waaierstelling, een intuitïonistische versie van het Lemma van König, behoort ook tot deze familie. Een waaier zou je kunnen omschrijven als een oneindige boom die zich op elk moment slechts eindig vaak vertakt. Een barrière voor een waaier is een verzameling beginpaden, zodat elk pad door de waaier een beginpad in de barrière heeft. De Waaierstelling zegt dat elke beslisbare barrière voor een waaier een eindige deelbarrière heeft.

De gelijkenis tussen dit soort stellingen is duidelijk. Maar als je de stellingen op een formele manier bekijkt, is er meer over te zeggen. In mijn scriptie laat ik zien dat de volgende stellingen in een bepaald formeel systeem van de intuïtionistische tweede-orderekenkunde *equivalent* zijn (je kunt ze uit elkaar bewijzen):

1. De Waaierstelling.
2. Elke continue functie van $\{0,1\}^{\mathbb{N}}$ naar $\mathbb{N}$ is uniform continu.
3. Elke continue functie van $[0,1]$ naar $\mathbb{R}$ is uniform continu.
4. Elke continue functie van $[0,1]$ naar $\mathbb{R}$ is begrensd.
5. Elke continue functie van $[0,1]$ naar $\mathbb{R}$ is Riemann-integreerbaar.
6. Elke continue functie van $[0,1]$ naar $\mathbb{R}$ met een niet-bereikte bovengrens, zeg $q \in \mathbb{Q}$, heeft een niet-bereikte bovengrens kleiner dan q.
7. De Stelling van Heine-Borel voor $[0,1]$.
8. Lindenbaums Lemma.
9. De Volledigheidsstelling voor de Uitspraakrekening.
10. De Compactheidsstelling voor de Uitspraakrekening.

Iris Loeb

Nieuwbouw

Grote plannen, grote machines. De hele bèta gaat op de schop. Op de plek van de vijver wordt hard gebouwd aan de eerste vleugel van de nieuwbouw.

Gepuzzel aan de Waalkade

Dit jaar bestaat de KUN 80 jaar, dus tijd voor een feestje. Op zaterdag 17 mei was de reünistendag, waarbij alle kringen 's middags een eigen programma hadden. De Wortel had een spellenborrel bij Vivaldi's georganiseerd. Er waren verschillende tafels met allerlei wiskundige spellen (bijvoorbeeld de *Rubik's kubus*) aanwezig. En natuurlijk ontbrak de worteltjestaart niet[1].

Alle aanwezigen, ongeveer 27 wiskundigen en een paar wiskundigen in spé, konden zich uitleven op de puzzels en proberen of ze de oplossing konden vinden. Bij elke tafel stond de eigenaar van de puzzels om te helpen als de puzzelaars er niet uitkwamen. Sommige personen bekeken heel veel puzzels en probeerden veel verschillende dingen uit, terwijl anderen bijna de hele middag gefrustreerd probeerden één puzzel op te lossen om vervolgens aan het einde van de middag nog steeds niet tot een oplossing te zijn gekomen.

Tussen het gepuzzel en geborrel door was het ook tijd voor wat meer wiskundige achtergronden van de puzzels, dit gebeurde tijdens drie korte praatjes van Marko van Eekelen, Ton Dennenbroek en Leon van den Broek.
Marko was begin jaren tachtig een bekende Nederland met veel kennis op het gebied van de *Rubik's kubus*. In 1981 was hij Nederlands kampioen kubus oplossen, en hij heeft ook nog een tijdje in het Guinness Book of Records gestaan met een oplostijd van ongeveer 35 seconden[2]. De Nederlandse kampioenschappen kubusdraaien waren in die tijd uitgezonden via de radio, waarbij een verslaggever met een zwoele zachte stem vertelde dat alle deelnemers heel verrassend aan het draaien waren. Dit was natuurlijk voor de luisteraar erg spannend om te horen.
Ook verklapte Marco een trucje om de kubus maar zo snel mogelijk op te lossen: Smeer namelijk je kubus met vaseline, helaas tast dat wel de lijm van de stickertjes aan, en dus kun je er van op aan dat er steeds meer zwarte vakjes op je kubus zullen komen[3].
De draaiingen van de kubus hebben natuurlijk te maken met groepentheorie. Het fijne van de *Rubik's kubus* was het feit dat als je dezelfde draaiing blijft uitvoeren je dan uiteindelijk weer bij de beginpositie uitkomt. Helaas is de maximale orde van zo'n draaiing 1260 en de kans dat je op den duur de kluts kwijtraakt tijdens deze draaiingen is natuurlijk erg groot. Voor de minder gecompliceerde draaiingen werkt het natuurlijk veel beter. Voor het oplossen

[1]Het recept voor zowel de worteltjestaart als de worteltjescake staan op bladzijde 2.

[2]Dit record is overigens allang geleden gebroken, het huidige record staat op 17(!) seconden.

[3]zodat de puzzel ook steeds eenvoudiger wordt (red.).

van de kubus heb je overigens maar 4 verschillende draaiingen nodig.

De tweede spreker, Ton Dennenbroek, ging verder over de kubus, maar hij had het niet over de standaardkubus maar over kubussen waar je bijvoorbeeld maar twee of drie vlakken mag draaien. Een van de hobby's van Ton is het zelf in elkaar knutselen van puzzels die als basis de *Rubik's kubus* hebben, bijvoorbeeld puzzels van $2 \times 2 \times 3$, of twee kubussen die half in elkaar zitten. Het bleek dat er toch nog verrassende dingen uitkwamen als je deze kubussen een beetje wiskundig gaat analyseren.
Hij had ook een vitrinekast meegenomen waarin veel van zijn creaties te bewonderen waren. Op zijn homepage[4] vind je aanwijzingen om zelf ook zulke puzzels te maken. Je moet gewoon een beetje handig zijn met het uit elkaar halen van de *Rubik's kubus* en met een soldeerbout, dan komt het helemaal goed.

Als laatste kwam Leon van den Broek vertellen over inpakproblemen (in het Engels packing problems). Hoeveel blokjes van $x \times y \times z$ krijg je in een kubusvormige doos met zijde $x + y + z$, onder de voorwaarden dat $x \leq y \leq z$ en $3x > y + z$. Het antwoord: maximaal 27 (maar het inpassen van de blokjes is nog niet zo makkelijk).
Leon gaf hier een mooi bewijs voor dat te maken had met het aanbrengen van een rooster (de afstand tussen twee naast elkaar gelegen roosterpunten was $\frac{x+y+z}{4}$). Tel je de buitenste roosterpunten niet mee dan heb je precies 27 punten in de doos liggen. Omdat elk blokje minimaal één roosterpunt moet bevatten (want $x + y + z < x + 3x = 4x$ en dus $x > \frac{x+y+z}{4}$) kun je maximaal 27 blokjes kwijt. Hierbij merkte Jan Willem nog op dat je dan wel aannam dat de blokjes niet schuin in de doos komen te zitten, want dan zou het blokje misschien net de punten kunnen ontwijken.
Er werd ook nog gekeken wat er gebeurde als je een van de voorwaarden liet vallen. Het bleek dat je dan meestal wel meer dan 27 blokjes kwijt kon, misschien leuk om thuis te oefenen.[5]

Na dit laatste praatje werden de sprekers en de eigenaren van de vele puzzels bedankt met een origineel, maar zeer moeilijk, vierkant Wortelpuzzeltje van vier stukjes. Het was ondertussen bijna half zes, en langzaam gingen de meeste mensen naar huis, of verder naar het avondprogramma van het lustrum. Hoewel er sommigen nog steeds een beetje gefrustreerd waren omdat ze net die ene puzzel maar niet konden oplossen... $\square$

[4]Op de internetpagina's van De Wortel (`http://www-math..kun.nl/wortel`) staan alle links.

[5]De blokjes laat je door iemand zagen, of als je hier niemand voor gestrikt krijg, doe je het zelf

Adapting Coordinates

Van januari tot juni 2002 heb ik met veel plezier aan m'n scriptie gewerkt onder leiding van Arno van den Essen. Ook heb ik veel met zijn aio Joost Berson gewerkt. Wij drieën hebben naar aanleiding van de scriptie een artikel geschreven, dat geplaatst zal worden in het Journal of Pure and Applied Algebra. Ik zal een poging doen een beetje duidelijk te maken waar de scriptie over gaat. Het is voldoende als de lezer zich nog vaag herinnert wat een ring en modulo-rekenen is. Misschien helpt een mok koffie ook[6].

Ter opfrissing: een ring is een verzameling waarin je fatsoenlijk kunt optellen, aftrekken en vermenigvuldigen (maar niet noodzakelijk kunt delen) en een 0 en een 1 hebt. We nemen ook aan dat altijd $ab = ba$ voor elementen a en b uit de ring. Denk bijv. aan $\mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Q}$ of de gehele getallen modulo 12. Als A een ring is, kunnen we de veeltermring $A[x]$ maken: de veeltermen in het lettertje x met coëfficiënten in A, of zelfs de veeltermring in meerdere veranderlijken: $A[x_1, \ldots, x_n]$. We kijken naar een afbeelding $F : A^n \to A^n$, dus $F(x_1, \ldots, x_n) = (F_1(x_1, \ldots, x_n), \ldots, F_n(x_1, \ldots, x_n))$. We eisen dat F een *veeltermafbeelding* is, d.w.z. dat elke $F_i \in A[x_1, \ldots, x_n]$.

Laten we bijvoorbeeld $A = \mathbb{Q}, n = 3$ nemen en voor de eenvoud $\mathbb{Q}[x, y, z] = \mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]$ nemen. Neem $F = (x + y^2, yz, z - 1)$ en $G = (z, y - 1, x + 1)$. Dan

$$F \circ G = F(G(x, y, z)) =$$

$$(z + (y-1)^2,\ (y-1)(x+1),\ x + 1 - 1) =$$

$$(z + y^2 - 2y + 1,\ xy - x + y - 1,\ x)$$

Een veeltermafbeelding F heet *inverteerbaar* als er een veeltermafbeelding G is, zodat $G(F(x_1, \ldots, x_n)) = (x_1, \ldots, x_n)$. We korten dit af tot $G(F(x)) = x$. Een bijzonder resultaat is dat dan automatisch ook geldt dat $F(G(x)) = x$. Op de voor de hand liggende manier kunnen we polynomen differentiëren, zodat je net als in de analyse ook kunt spreken over de afgeleide matrix of de *Jacobi-matrix* JF (waarbij $(JF)_{i,j} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j}$). Als we links en rechts in $G(F(x)) = x$ de afgeleide matrix nemen en een kettingregel toepassen, krijgen we $JG(F(x)) \cdot JF(x) = I_n$, zodat $JF(x)$ inverteerbaar is.

Nu het omgekeerde, voor $A = \mathbb{C}$. Stel dat $F : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$ een veeltermafbeelding is zodat $JF(x)$ inverteerbaar is (dat is equivalent met $\det(JF(x)) \in \mathbb{C}$

[6] Zeker weten! (red.)

en $\neq 0$). Dan is, met de inverse functiestelling uit de analyse, F lokaal injectief. Het *Jacobivermoeden voor dimensie n* vraagt of nu volgt dat F helemaal injectief is. Met een hoop theorie volgt dat dan automatisch F bijectief is, en zelfs dat z'n inverse een veeltermafbeelding is. Het Jacobivermoeden is waar voor $n = 1$, en het is onbekend of het waar is voor $n > 1$. Arno heeft in 1986 een algoritme bedacht om de inverse van een gegeven F uit te rekenen of te beslissen dat die niet bestaat. Er zijn vele equivalente en op het oog zeer verschillende formuleringen en deelresultaten. Eigenlijk kun je i.p.v. $\mathbb{C}$ ook een ring A nemen waarbij de eis $\mathbb{Q} \subset A$ meer dan voldoende is.[7]

Neem $A = \mathbb{C}$ en neem aan dat $F : A^n \to A^n$ zo is dat JF inverteerbaar is. Dan moet gelden dat $\det(JF(x)) \in \mathbb{C}[x]$ een inverteerbaar element is. De inverteerbare elementen van $\mathbb{C}[x]$, genoteerd als $\mathbb{C}[x]^*$, zijn $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} \setminus \{0\}$. Maar neem nu eens $A = \mathbb{C}[t]/(t^3)$. Dat zijn polynomen in t maar dan met alle t^3-vouden gelijk aan nul, dus bijv. $\bar{t}^2(1 + \bar{t} - \bar{t}^2) = \bar{t}^2$. In $A[x, y]$ is $\bar{t}$ gewoon een coëfficiëntje en heb je dat $1 - \bar{t}y$ inverteerbaar is: $(1 - \bar{t}y)(1 + \bar{t}y + \bar{t}^2y^2) = 1 - \bar{t}^3y^3 = 1$, want we hadden $\bar{t}^3 = 0$. Het is zo dat $F(x, y) := (x, y - \frac{1}{2}\bar{t}y^2)$ een inverteerbare veeltermafbeelding is. Dit volgt uit een stelling die zegt dat F inverteerbaar is zodra hij dat modulo de nilpotente elementen is, d.w.z. de elementen die tot een zekere macht 0 zijn, en F modulo t is gewoon (x, y). Voor onze F geldt $\det(JF(x, y)) = 1 - \bar{t}y$, wat inverteerbaar is in $A[x, y]^*$ zoals we net zagen. We hebben dus een voorbeeld van een inverteerbare $F(x, y)$, waardoor $\det(JF(x, y))$ inverteerbaar is, maar niet in A zit (nog echt x-jes of y-tjes bevat). Nu kan ik eindelijk een resultaatje van m'n scriptie vertellen. Een van de (hulp)stellingen is een algoritme, dat de laatste component van een *inverteerbare* $F : A^n \to A^n$ vervangt door wat anders, zodat de nieuwe veeltermafbeelding nog steeds inverteerbaar is maar met $\det(JF)$ gelijk aan 1 (die dus wel in A^* zit). Na het drukken en ontvangen van een cijfer voor de scriptie, en nadat we het artikel hadden ingestuurd, kregen we door dat je hier wel $\mathbb{Q} \subset A$ moeten eisen.

Een van de onderwerpen van het vakgebied is om zoveel mogelijk niet-triviale inverteerbare veeltermafbeeldingen te vinden. Triviale inverteerbare veeltermafbeeldingen zijn bijvoorbeeld inverteerbare lineaire afbeeldingen, of bijv. de elementaire: $(x_1 + p(x_2, \ldots, x_n), \ldots, x_n)$ heeft als inverse $(x_1 - p(x_2, \ldots, x_n), \ldots, x_n)$, waarbij p een polynoom is. Dit werkt natuurlijk ook op een andere positie dan de eerste. Door lineaire en elementaire inverteerbare afbeeldingen samen te stellen, krijg je de zogenaamde *tamme* afbeeldingen. Onlangs is bewezen dat de zng. (inverteerbare) *Nagata afbeelding* $F(x, y, z) = (x - 2y(zx + y^2) - z(zx + y^2)^2, y + z(zx + y^2), z)$ niet tam is, als je F opvat als functie van $\mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$. Dit is dus een voorbeeld van een niet-triviale inverteerbare veeltermafbeelding. Er is een stelling, die in de scriptie wordt gegeneraliseerd, en die we gaan gebruiken om deze vage afbeelding te construeren.

[7] Om precies te zijn: voor alle $0 \neq n \in \mathbb{Z}$ en $a \in A$ moet gelden dat $an \neq 0 \in A$, dus bijv. $\mathbb{Z}[t]/(2t)$ mag niet

Daarvoor moeten we coördinaten introduceren. Beschouw een polynoom $p(x) \in A[x_1, \dots, x_n] = A[x]$. We zeggen dat $p(x)$ een *coördinaat* is van $A[x]$ als het een van de componenten is van een of andere inverteerbare veeltermafbeelding van A^n naar A^n. Een van de stellingen uit m'n scriptie gaat over een manier om de ene coordinaat om te bouwen in een andere.

Propositie. *Stel dat* $p(x, y)$ *een coordinaat is in* $A[x, y]$ *en laat* $a \in A$. *Er geldt dat* $p(ax, y)$ *een coordinaat is desda* $p(0, y)$ *een coordinaat is in* $(A/(a))[y]$.
Merk op dat de coëfficiënten van die laatste veeltermring modulo a zijn. Een coordinaat zijn in een veeltermring met 1 variabele betekent eigenlijk een inverteerbare veeltermafbeelding zijn van A naar A. Deze stelling is een generalisatie van een versie van Vénéreau waarin de extra eis staat dat a geen nuldeler mag zijn.

Hiermee kunnen we de bovengenoemde Nagata afbeelding bouwen. Neem $A = \mathbb{C}[z]$ en $a = z^2$. Neem $p(x, y) = x + y + zy^2$. Dan geldt dat modulo a rekenend $\bar{p}(0, y) = y + \bar{z}y^2$. De inverse veeltermafbeelding in $(A/(a))[y]$ is $q(y) := y - \bar{z}y^2$, want $(y - \bar{z}y^2) \circ (y + \bar{z}y^2) = y + \bar{z}y^2 - \bar{z}(y + \bar{z}y^2)^2) = y$, waarbij we gebruiken dat $\bar{z}^2 = 0$. Een preciesere versie van de stelling vertelt dat $(p(ax, y), -\frac{1}{a}(y - q(ax + y - \bar{z}y^2)))$ een inverteerbare veeltermafbeelding van A^2 naar A^2 is. Dit uitwerkend en een , z toevoegend krijgen we de Nagata afbeelding! Dit soort constructies zijn een rechtvaardiging om veeltermringen over "gekke" ringen zoals $\mathbb{C}[z]/(z^2)$ te bekijken. Verder is dit een voorbeeld van wat de titel suggereert: "adapting coordinates".

Uiteraard staat er nog veel meer in de scriptie maar daarvoor is geen plaats meer. Het leuke is dat er veel tamelijk recente resultaten bijgesleept worden. Zo kreeg ik een beetje een beeld van dit fascinerende onderzoeksgebied.

Jan Willem Bikker

Financieel verslag 2002

Resultatenrekening De Wortel over 2002

Lasten			Baten	
Activiteiten		€ 193,76	Bijdrage Alumnibureau	€ 224,36
Fietstocht	€ 60,43			
Alumnidag	€ 133,33			
Wortel in Druk		€ 175,49	Rente	€ 17,41
Bestuurskosten		€ 30,60		
			Nadelig saldo	€ 158,08
Totaal		€ 399,85	Totaal	€ 399,85

Toelichting:

Het nadelig saldo wordt vooral veroorzaakt door de nog te verwachten kosten voor de WORTELinDRUK. Zij worden enigszins gecompenseerd door de rente van de Plusrekening. De kosten voor de WORTELinDRUK zijn al wel meegenomen in deze resultatenrekening; omdat de factuur hiervoor echter pas in 2003 kwam konden de kosten nog niet bij het Alumnibureau worden gedeclareerd. Zonder deze kosten resulteert een batig saldo van €17,41 oftewel precies de ontvangen rente — omdat alle gemaakte kosten via het Alumnibureau vergoed werden.

Balans De Wortel per 1-1-2003 en 1-1-2002

ACTIVA	1–1–2003	1–1–2002	PASSIVA	1–1–2003	1–1–2002
Girorekening	€ 14,04	€ 667,87	Crediteuren		
Plusrekening	€ 1.034,53	€ 92,12	– DESDA	€ 175,49	€ 0,00
Debiteuren					
– Alumnibureau	€ 399,85	€ 495,53			
			KAPITAAL	**€ 1.272,93**	**€ 1.255,52**
Totaal	€ 1.448,42	€ 1.255,52		€ 1.448,42	€ 1.255,52

Toelichting:

Per 1–1–2003 werd van het Alumnibureau nog verwacht: de vergoeding voor de activiteiten van 2002 (€224,36) en de vergoeding voor de nog te betalen kosten van WORTELinDRUK (€175,49); die laatste zijn tevens opgenomen onder de crediteuren.

Omdat alle gemaakte onkosten over 2002 zijn vergoed of zullen worden vergoed door het Alumnibureau, is het kapitaal gestegen met het bedrag "rente" uit de baten over 2002, t.w. €17,41.

Per 1–1–2002 werd van het Alumnibureau nog verwacht: de vergoeding voor de activiteiten van 2001, inclusief de extra bijdrage voor het lustrum van DESDA.

Het Bestuur

Nieuwbouw 2

Als het eerste gebouw er eenmaal staat kun je vanuit het secretariaat niet ver meer kijken...

Colofon

WORTELinDRUK is de nieuwsbrief van Wiskunde Reünistenkring
De Wortel

aan dit nummer werkten mee: Jan Willem Bikker, Dieuwertje Ewalts, Iris Loeb

juni 2003
jaargang 5 nummer 12

redactie: Mignon Engel, Jeroen Hendrix, Frans Janssen, Twan Laan

redactieadres:
secretariaat wiskunde
Toernooiveld 1
6525 ED Nijmegen

dewortel@math.kun.nl