WORTEL IN DRUK

Nummer 17
Februari 2011

DESDA is jarig

Op 16 april bestaat de Nijmeegse studievereniging alweer 25 jaar. Dit 5e lustrum wordt groots gevierd met bijna-dagelijkse activiteiten van 15 tot en met 29 april.

Op zaterdag 16 april is er een reunie voor alle studenten en medewerkers die ooit in Nijmegen gestudeerd/gewerkt hebben. Het programma zal rond 14.00 beginnen:
- ontvangst (Huijgensgebouw)
- puzzeltocht (Desda's leefgebied)
- eten (kasteel Heijendaal)
- Desda-quiz (kasteel Heijendaal)

En heel belangrijk: veel tijd om bij te praten met oude bekenden en om kennis te maken met wiskundigen van een andere generatie.

We zouden het erg leuk vinden als je ook komt. En we hopen dat je alle Desda-bekenden, met wie je nog contact hebt, meeneemt, of ze in ieder geval deze uitnodiging doorstuurt. Helaas hebben wij niet van iedereen de adressen. En het zou toch wel heel leuk zijn als ‘iedereen’ er is.

Nadere aankondigingen en mogelijkheid tot inschrijven staan in ieder geval op onderstaande website. Voor het eten zal een bijdrage gevraagd worden.

www.desda.science.ru.nl/wortel

Programma lustrumweek

Vrijdag 15 april	Feest
Zaterdag 16 april	Reünie
Maandag 18 april	Blind Doolhof
Dinsdag 19 april	Het Spel
Woensdag 20 april	Pubquiz
Donderdag 21 april	Zonder handen
(Goede) Vrijdag 22 april	Beste Vrijdag
Dinsdag 26 april	Levend Stratego
Woensdag 27 april	Debat
Donderdag 28 april	Dansworkshop
Vrijdag 29 april	Borel borrel en Twister

Verder in deze Wortel in Druk

How I need a drink

Door Frans Janssen

How I need a drink, alcoholic in nature, after the heavy lessons involving quantum mechanics. All of thy geometry, dear Wortel, is fairly hard.

Wat nu, geen romanbespreking in deze Wortel maar poëzie? Jazeker, poëzie, maar wel wiskundige poëzie. Want hierboven staat ons aller vriend π! Althans, het eerste stukje van onze vriend. Tel maar mee, met de letters: een 3, een 1, een 4, weer een 1, een 5, een 9, een 2, een 6 en ga maar door. Leer dit gedichtje uit je hoofd, lezer, en je hebt π in 23 decimalen. Altijd leuk op een feestje, om indruk te maken. En als je wilt laten zien dat je helemaal niet van de straat bent, ook niet poetry-wise, citeer je ook nog even Edgar Allen Poe, of – preciezer – een variatie op zijn beroemde gedicht The Raven:

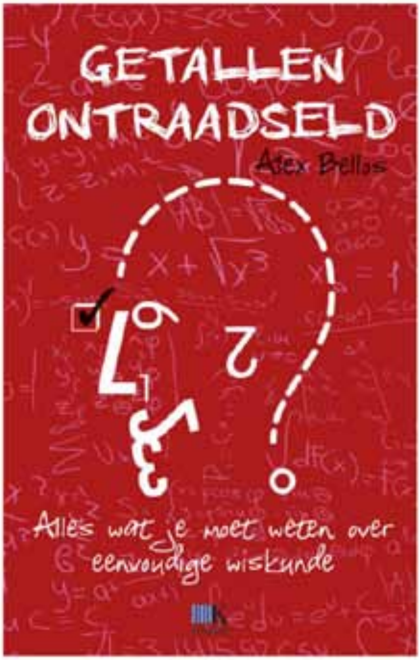
One; A Poem
A Raven
Midnights so dreary, tired and weary
Silently pondering volumes extolling all by-now obsolete lore.
During my rather long nap – the weirdest tap!

En zo nog een dikke drieëneenhalfduizend woorden door. Het gedicht heet Cadaeic Cadenza van Mike Keith en het volgt π maar liefst 3985 decimalen op de voet. De eerste regels worden, net als de bovenstaande verzuchting van de dranklustige wiskundestudent na afloop van het college Quantummechanica, geciteerd in Alex Bellos' fraaie popularisering van de wiskunde 'Getallen ontraadseld – alles wat je moet weten over wiskunde' dat het afgelopen jaar in Nederlandse vertaling uitkwam. Met dien verstande dat Bellos in het eerste citaat historisch correcter verwees naar de colleges van Herr Planck in plaats van naar de Wortel. Maar ja, je moet wat wanneer je er nog iets van jezelf in wilt brengen, toch?!

Bellos is een begenadigd populariseerder. Hij combineert een behoorlijke wiskundige kennis – zelf wiskunde gestudeerd, dus dat kan nooit fout zijn – met de nieuwsgierigheid van de journalist die zelf dingen wil onderzoeken. Doordat hij zelf op pad gaat om dingen uit te zoeken, is zijn boek veel meer dan een verzameling interessante weetjes en bewijsjes uit de – toegegeven – alles bij elkaar nog steeds tamelijk elementaire wiskunde die zijn boek ook rijk is. Dat staat er allemaal in, natuurlijk, die leuke – bekende en minder bekende – weetjes en bewijzen. Om een paar voorbeelden te noemen:

- Een stuk of tien bewijzen voor de stelling van Pythagoras, voornamelijk geometrisch en sommige heel ingenieus.
- Allerlei formules voor π, zoals Ramanujans tamelijk esoterische

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n!)(1103+26390n)}{(n!)^4 396^{4n}}$$



- Een mooi hoofdstuk over magische vierkanten en sudoku's.
- Een laatste hoofdstuk over Cantor, waar we de kardinaalgetallen tegenkomen met onze vriend $\aleph_0$, inclusief het bewijs dat er tussen hemel en aarde meer is dan een zielige aftelbare hoeveelheid dingetjes. De diagonaaltruc van Cantor kortom. Dat toegankelijk gemaakt voor de leek vind ik al heel wat. Dat is al een reden om het boek te kopen en te lezen met je favoriete familielid, onder het motto oom Frans leert zijn neefje wiskunde.

Maar het boek wordt pas echt waardevol wanneer Bellos als journalist op onderzoek uitgaat. Dan gaat hij echt op reis. En die reis brengt hem van Indianenstammen in het Amazonegebied die maar vijf getallen tot hun beschikking hebben via Japanse origamispecialisten die ingewikkelde stellingen over snijpunten in vierkanten bewijzen door ze simpelweg te vouwen tot de naar de Verenigde Staten geëmigreerde Oekraiense broers Gregory en David Chudnovsky die nog veel vreemdere formules voor π hebben afgeleid dan Ramanujan, in search for ever more decimals. Bij Pythagoras, Euclides en Diophantus zijn we dan natuurlijk al lang geweest, net als in India bij de vedische wiskunde, in onze eigen Renaissance bij Fra Luca de Pacioli, de man van de gulden snede, en bij de zoon van Pisaanse koopman Bonacci die zijn naam aan de Fibonacci-reeks heeft gegeven. In Arabië vanzelfsprekend bij Al-Khwarizmi, de naamgever van het algoritme. To name but a few of the usual suspects. Maar ook in Buchenwald. Buchenwald? Buchenwald!

Wat Bellos daar aan wiskunde heeft gevonden, verklap ik niet. Dat moet u zelf maar gaan lezen in dat mooie boek van hem, de beste popularisering van de wiskunde sinds Hans Magnus Enzensbergers De Telduivel. Ik wou dat ik het zelf geschreven had, was mijn verzuchting toen ik dat boek een acht jaar geleden las met mijn neefje van – toen – tien jaar. Achttien is hij nu, en rijp voor Alex Bellos. Net als u. En ja, ook nu, ik wou dat ik het zelf geschreven had.

Alex Bellos, Getallen ontraadseld – alles wat je moet weten over wiskunde. Kosmos, ISBN 978 90 215 3570 8. De Engelse titel mag er ook wezen, trouwens: Alex's adventures in numberland.

Niet-isomorfe opspannende bomen van grafen

door Janneke van den Boomen

Ruim anderhalf jaar geleden ben ik onder begeleiding van Wieb Bosma afgestudeerd. Mijn scriptie ging over grafen, in het bijzonder over opspannende bomen van grafen. Om de vraag alvast te beantwoorden of het toeval of opzet is, een scriptie over bomen met zo'n achternaam, zeg ik: ja, dat is toeval.

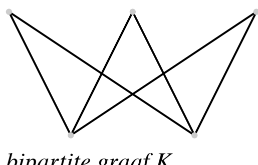
In iedere samenhangende graaf G is een boom te vinden die alle punten en enkele kanten van G bevat. Zo'n boom noemen we een opspannende boom van G. Vaak bevat een graaf zelfs meerdere opspannende bomen. Maar hoeveel daarvan zijn isomorf? Kunnen we bepalen hoeveel niet-isomorfe opspannende bomen een graaf bevat?
In deze tekst spreken we alleen over enkelvoudige (dus met maximaal één kant tussen twee punten), eindige, samenhangende grafen.

Alle opspannende bomen bepalen

Bij een bepaalde graaf (met n punten) alle niet-isomorfe opspannende bomen vinden is niet zo ingewikkeld.
Allereerst bepalen we alle opspannende bomen van de graaf. Dit kan met *Algorithm S* van D.E. Knuth. Bij dit algoritme begin je met een willekeurige opspannende boom van de graaf, zeg met kanten $a_1,a_2,\ldots,a_{n-1}$. Het algoritme bepaalt vervolgens eerst alle opspannende bomen die de kanten $a_2,\ldots,a_{n-1}$ bevatten, daarna alle opspannende bomen die de kanten $a_2,\ldots,a_{n-2}$ bevatten en niet a_{n-1}, etc. Op deze systematische manier worden alle opspannende bomen van de graaf gevonden.
Nadat we alle opspannende bomen hebben gevonden, kunnen we deze gaan opdelen in isomorfie-klassen: we lopen alle gevonden opspannende bomen één voor één langs en bekijken of we al een boom zijn tegengekomen die isomorf is met deze boom. Was dit het geval, dan gooien we deze boom weg; was dit niet het geval, dan hebben we een nieuwe isomorfieklasse gevonden en bewaren we de boom.
Uiteindelijk houden we dan van iedere isomorfieklasse precies één opspannende boom over en hebben we dus bepaald hoeveel niet-isomorfe opspannende bomen de graaf bevat.

Bipartite grafen

Voor sommige grafen, zoals bomen en cykels, is het gemakkelijk te zeggen hoeveel niet-isomorfe opspannende bomen hij heeft, zonder ze allemaal te bepalen. Algemeen is het echter lastig hier een formule voor te bepalen, maar voor complete bipartite grafen blijkt dit wel mogelijk te zijn. Voor we dit gaan bekijken, wil ik even een notatie invoeren: *$I(G)$ is het aantal niet-isomorfe opspannende bomen van G.*
Verder noteren we de complete bipartite graaf met n en m punten als $K_{n,m}$.



bipartite graaf $K_{3,2}$

A. Mohr heeft in zijn scriptie laten zien dat de volgende formules gelden:

$$I(K_{1,t}) = 1;$$
$$I(K_{2,t}) = \left\lceil \frac{t}{2} \right\rceil;$$
$$I(K_{3,t}) = \frac{1}{9}(3t^2 + 3t + 1 + c)\ waarbij\ c = \begin{cases} 2 & als\ t \equiv 1\ (mod\ 3) \\ -1 & als\ t \equiv 0, 2\ (mod\ 3) \end{cases}$$

In mijn scriptie heb ik dit rijtje uitgebreid.

Stelling: *Voor t* ≥ 5 *geldt*

$$I(K_{4,t}) = \frac{29}{144}t^3 + \frac{13 + 5 \cdot (-1)^{t-1}}{32} \cdot t + f + g$$

waarbij

$$f = \begin{cases} 0 & als\ t \equiv 0\ (mod\ 3) \\ \frac{1}{9} & als\ t \equiv 1\ (mod\ 3) \\ -\frac{1}{9} & als\ t \equiv 2\ (mod\ 3) \end{cases}$$

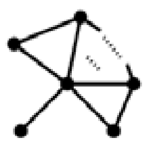
en

$$g = \begin{cases} 0 & als\ t\ is\ even \\ \frac{1}{8}(-1)^{\frac{t-1}{2}} & als\ t\ is\ oneven \end{cases}$$

Het bewijs van deze stelling zal ik je besparen, dit is namelijk 7 kantjes, maar het komt er op neer dat je de niet-isomorfe opspannende bomen in kunt delen in klassen, waarbij je kijkt naar de vorm van de boom. Op een systematisch manier kun je kijken welke klassen dat precies zijn en hoeveel bomen iedere klasse bevat.

Extreme gevallen

Wanneer je bij iedere graaf alle niet-isomorfe opspannende bomen kunt bepalen, kun je vragen gaan stellen over extreme gevallen. Wat is bijvoorbeeld de kleinste graaf met *n* punten, die alle mogelijke niet-isomorfe opspannende bomen bevat?
Tot alle niet-isomorfe opspannende bomen behoren voor iedere n het pad en $K_{1,n\text{-}1}$. Dus we beginnen met deze twee op de ‘kleinste’ manier te combineren. Hiermee krijgen we onderstaande basisgraaf.



Voor *n* is 3 tot en met 6 blijkt deze basisgraaf alle mogelijke opspannende bomen te bevatten. Voor deze waarden van *n* hebben we dus de kleinste graaf gevonden die alle

niet-isomorfe opspannende bomen bevat.
Voor $n = 7$ missen we echter nog enkele opspannende bomen. Eén kant aan deze basisgraaf toevoegen blijkt echter genoeg te zijn om een graaf te maken die alle niet-isomorfe opspannende bomen bevat. Ook voor een graaf met 8 en 9 punten hoeven we maar enkele (respectievelijk 1 en 2) kanten toe te voegen.

Ook voor n is 10 en 11 heb ik een vrij kleine graaf gevonden (respectievelijk door 3 en 4 kanten aan de basisgraaf toe te voegen) die alle niet-isomorfe opspannende bomen bevat. Het algoritme werd voor dit aantal punten echter te langzaam om er zeker van te zijn dat dit de *kleinste* graaf is.

Een ander extreem geval wat je kunt zoeken, is de grootste graaf die slechts één niet-isomorfe opspannende boom bevat. Voordat we deze grootste graaf gaan bepalen, hebben we eerst onderstaande definitie nodig.

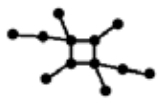
Definitie: Zij $A_1, A_2, \ldots, A_k$ gewortelde bomen. Dan is $C(A_1, A_2, \ldots, A_k)$ de graaf waarbij de wortel van A_i door een kant verbonden is met de wortel van A_{i+1}. De indices van de bomen worden altijd *mod k* genomen.

De grootste grafen met n punten die slechts één niet-isomorfe opspannende boom bevatten zien er als volgt uit:

1. $C(A,A,\ldots,A)$ (k keer boom A) waarbij $k \in N$ met $k \leq n$, k oneven en $k \mid n$, en A een gewortelde boom met n / k punten.
2. $C(A,B,A,B,\ldots,A,B)$ (k bomen) waarbij $k \in N$ met $k \leq n$, k even en $k \mid 2n$, en A en B gewortelde bomen met samen $2n / k$ punten.

In de figuur hieronder is van beide gevallen een voorbeeld gegeven.


n=12, k=3


n=12, k=4

Op www.math.ru.nl/~bosma/Students/JannekevandenBoomen/ is mijn gehele scriptie te vinden, waarin ook de bewijzen en bronvermeldingen staan.

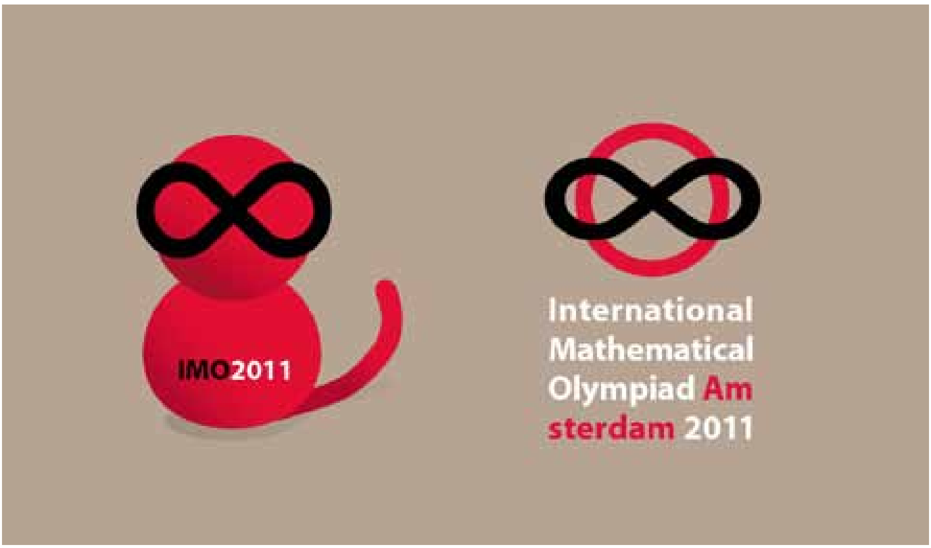
IMO 2011 in Nederland

door Mignon Engel

Voor de 52^e keer zal in 2011 de Internationale Wiskunde Olympiade (IMO) worden georganiseerd. Maar het zal de eerste keer zijn dat hij in Nederland plaats vindt. Het is het jaar dat de Nederlandse Wiskunde Olympiade haar 50-jarig jubileum viert. Zo'n 600 deelnemers uit meer dan 100 verschillende landen komen van 16 tot 24 juli bijeen om zich te buigen over complexe wiskundige vraagstukken.

Vanwege de IMO zullen er in het jaar 2011 verschillende wiskundige activiteiten georganiseerd worden. Zo is er een calcudoku-wedstrijd voor met name scholieren (maar interessant voor iedereen die puzzelen leuk vindt) op internet gestart, zie www.321monkey.nl. Een calcudoku is een variatie op een sudoku waarin gerekend moet worden om hem op te kunnen lossen.

Tijdens het museumweekend van 2 en 3 april zal science center NEMO volledig in het teken van wiskunde staan. Alleen dat weekend staat er een expositie in NEMO van materialen uit het Mathematikum in Giessen, zodat kinderen op een leuke manier wiskunde kunnen ontdekken. En er zullen verschillende workshops gehouden worden over onder andere onmogelijke figuren en de Rubik's kubus. Op 2 april zal ook ter ere van het 50 jarig bestaan van het blad Pythagoras een boek gepresenteerd worden, *De Pythagoras Code - een halve eeuw wiskunde voor liefhebbers*.
Verder is er een Olympiade spel uitgebracht, waarmee leerlingen in de klas gezamelijk kunnen oefenen met Olympiade opgaven van voorgaande jaren.
Kijk voor meer informatie over de IMO op www.imo2011.nl.



Het reilen en zeilen binnen DESDA

door Moniek Messink

Ik zal me eerst maar even voorstellen voor degenen die mij nog niet kennen. Ik ben inmiddels zesdejaarsstudent en betrokken bij veel commissies (Gardner, LIMO-cie, Lustrumcie, www-Cie, Subculinairesubsubcommissie) en andere wiskunde gerelateerde organisaties (De Wortel, Facultaire Alumniraad, het Wiskundetoernooi). Zoals de titel al aangeeft wil ik jullie op deze manier op de hoogte houden van wat er zoal binnen DESDA gebeurt.

DESDA groeit, en niet zo'n klein beetje ook. Begon ik zelf in 2005 nog met zeven studenten, tegenwoordig is dat aantal gekwadrateerd! Erg gezellig allemaal, maar dit houdt ook in dat er een aantal zaken binnen DESDA aan het veranderen is. Natuurlijk betekent nieuwe mensen nieuwe ideeën, dus ik ben benieuwd naar alle nieuwe activiteiten die dit jaar plaats zullen vinden.
Laat ik beginnen met het enige (en kleine) minpuntje aan het feit dat DESDA groeit. Veel mensen betekent ook veel verschillende mensen. Vooral het verschil tussen eerste- en tweedejaars en de ouderejaars (en dan met name de zesdejaars en ouder) begint groot te worden. Dit is vooral te merken aan het soort activiteiten dat door deze groepen wordt bezocht. Zo zijn er bij borrels en DESDA-avonden voornamelijk eerste- en tweedejaars aanwezig, maar was de gemiddelde jaargang bij het bowlingtoernooi 6+. De vraag is of we dit echt erg moeten vinden. Ik denk dat als we maar genoeg activiteiten hebben waarbij er wel veel verschillende jaarlagen aanwezig zijn, dit niet zo'n groot probleem hoeft te zijn. En gelukkig hebben we voldoende van dit soort activiteiten!
Ten tweede is het een stuk lastiger geworden om alle nieuwe studenten snel te leren kennen. Ik moet bekennen dat ik nu net een beetje de actieve eerstejaars ken. Tegelijkertijd moet ik ook toegeven dat dat er veel zijn: we hebben er dit jaar veel enthousiaste mensen bij gekregen, waarvan een groot deel zich al heeft gemeld bij een of meerdere commissies.

Dit jaar heeft DESDA naast haar reguliere commissies ook een aantal ad hoc commissies in het leven geroepen ter ere van het vijfde lustrum. Er zijn zeven reguliere commissie binnen DESDA:

- Bartjens: Deze commissie zorgt vier keer per jaar voor het verenigingsblad 'Volgens Bartjens', dat vol staat met verslagen van activiteiten, wiskundige artikelen, columns en andere interessante en vooral leuke dingen om te lezen.
- Brouwer: Onze borrel- en feestcommissie. Naast de vele borrels organiseert Brouwer ook eens per maand (op de derde woensdag van iedere maand om precies te zijn) een heuse DESDA-avond in café 'We gaan beginnen'.
- Eerstejaarscie: Deze commissie is in het leven geroepen om eerstejaars te betrekken bij Desda, dit blijkt een groot succes!
- Fotocie: Een activiteit zonder foto's is snel vergeten. Dankzij de Fotocie worden

er bij (zo goed als) elke activiteit foto's gemaakt en doorgegeven aan de www-Cie zodat deze bewaard kunnen blijven en bekeken kunnen worden op de site.
- Gardner: Enkelen van jullie zullen deze commissie nog kennen als Noviomatics. Gardner zorgt voor de wiskundige inhoud binnen Desda door het organiseren van lezingen en excursies en de iets minder wiskundige inhoud met de variétéavond, het diner rouler. Ook organiseert Gardner een keer per jaar de ouderdag.
- Springer: Springer organiseert veel verschillende activiteiten, dit varieert van een bowlingtoernooi tot een zeteldans en van schaatsen tot een pretexcursies. Ook zorgt Springer sinds dit jaar voor het Pannenkoek-eet-ren-festijn (voorheen werd dit gedaan door Gardner).
- www-Cie: Tegenwoordig is een vereniging niets meer zonder een levendige website. Op www.desda.math.ru.nl staan zowel nuttige dingen voor studenten en andere geïnteresseerden als wel wat minder nuttige zaken. Een onderdeel van de www-Cie is de subculinairesubsubcommissie. Zij zorgt ervoor dat er iedere maand een overheerlijke soep wordt geserveerd op de 37-gang van het Huygensgebouw.

Naast deze reguliere commissies hebben we (dit jaar) de volgende ad hoc commissies:
- LIMO-cie: Dit jaar wordt de Landelijke Interuniversitaire Mathematische Olympiade gehouden in Nijmegen. Dit betekent dat er op 20 mei ongeveer 20 teams van maximaal vier studenten strijden om de eer het beste team van Nederland (en België) te zijn.
- Lustrumcie: Omdat Desda dit jaar haar vijfde lustrum viert, worden er in de laatste twee weken van april extra veel activiteiten georganiseerd. Dit gebeurt onder de coördinatie van de Lustrumcie.
- Reiscie: Dit jaar is het weer tijd voor een studiereis! Het plan is om in Oxford en Cambridge vooral een leuke tijd te hebben, maar natuurlijk willen we er ook wat van leren.
- Symposiumcie: Op 8 februari vind ons Symposium plaats, het onderwerp van dit jaar is netwerken en percolatie.
- Weekendcie: Net als ieder jaar gaan we ook dit jaar in oktober een weekendje weg met z'n allen. Het weekend van vorig jaar speelde zich af in Desdalonië en draaide allemaal over de mooie prinses Decibel.

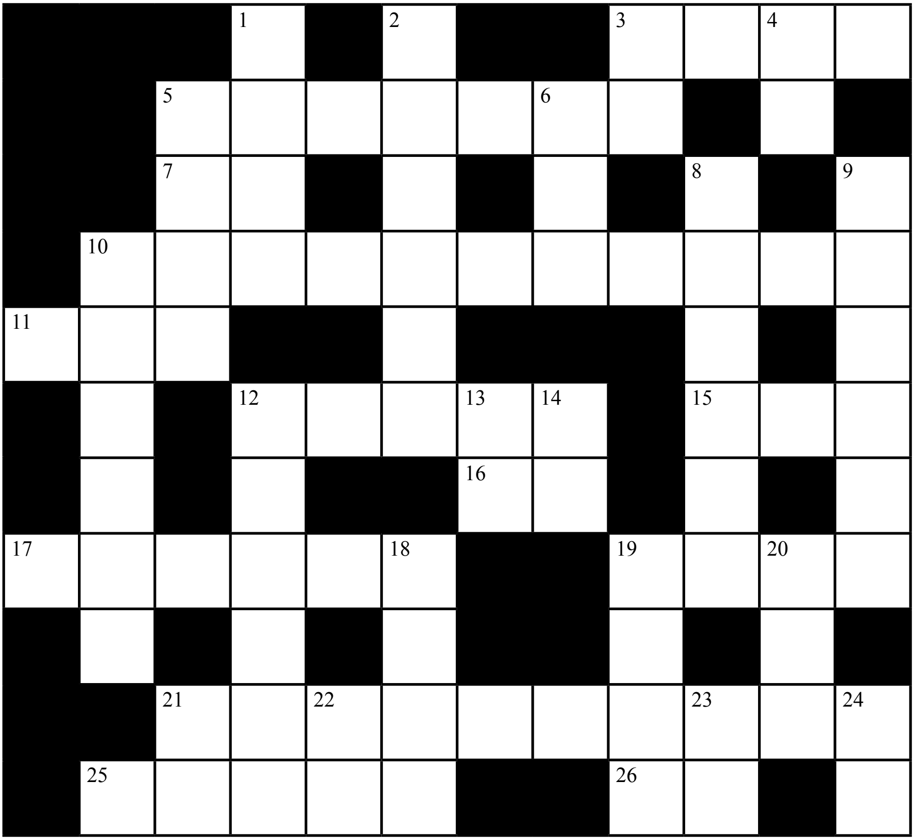
Alsof al deze commissies nog niet genoeg zijn voor onze actieve leden, zijn er ook nog een aantal commissies die officieel niet onder Desda vallen. Hieronder vallen bijvoorbeeld ons promoteam, de introductiecommissie en de organisatie van het jaarlijkse Wiskundetoernooi. Maar ook in de Opleidingscommissie en binnen Olympus (de overkoepelende vereniging van de bètaverenigingen in Nijmegen) zijn Desda-leden te vinden.

Missen jullie stiekem een beetje het studentenleven? Alle Desda-activiteiten zijn toegankelijk voor iedereen. Dus mocht je een keer langs willen komen, houd de agenda op onze site in de gaten! Hier is ook meer (algemene) informatie te vinden over Desda en via deze site kun je je binnenkort aanmelden voor de reünie van 16 april.

Lustrumkraker

door Mascha Honsbeek

Elke letter uit het alfabet wordt gezien als een getal: A=1, B=2, ..., Z=26. De omschrijving van een woord is het produkt van zijn letters. Bijvoorbeeld bij 10 vertikaal: 403200=16x18x1x20x5x14, dus het woord moet zijn: praten.



Horizontaal

3 29700
5 470564640
7 45
10 1962455040000
(=13628160x144000)
11 198
12 1520
15 1260
16 60
17 1190700
19 3300
21 7701447600
25 1960
26 95

Vertikaal

1 83538
2 12346200
3 195
4 70
5 13860
6 3780
8 1231200
9 1436400
10 403200
12 215600
13 20
14 12
18 7700
19 2450
20 154
21 22
22 90
23 171
24 105

Oplossing van de puzzel van vorige keer

5	2	9			6	1
	5	3		3	2	
		2	1	9	5	2
2			2			8
1	5		5	1		
6	4			4	9	0
	3	2	3	3		
		3				

Het Wiskundetoernooi

door Mascha Honsbeek

Als student (1990 — 1996) hielp ik altijd al mee bij het klaarzetten van de tafels en stoelen, het bijhouden van de scores en het uitreiken van de prijzen bij het wiskundetoernooi. Later was ik een paar jaar hoofdorganisator. Nu werk ik alweer 7 jaar als docent op een havo-vwo school in Amsterdam. Ik geef o.a. het vak wiskunde D aan een leuke, gemotiveerde groep leerlingen. Vorig jaar werden wij uitgeloot voor het wiskundetoernooi, maar een groep medeleerlingen ging wel met een van mijn collega's mee. En zij wonnen! Ze mochten een week naar Londen waar ze het fantastisch hadden, dus dit jaar was mijn groep helemaal extra gemotiveerd. We mochten met 2 teams komen, dus met 10 leerlingen deelnemen.

Sinds 4 jaar is de opzet veel veranderd. Het individuele ochtenddeel bestaat niet meer. Nu wordt juist 's ochtends de Estafette gehouden en 's middags is er een groepsonderdeel gerelateerd aan wiskunde in de praktijk. Dit jaar ging het om het oplossen van o.a. misdaden met methodes uit de kansrekening, oftewel forensische statistiek. Om dit voor te bereiden krijg je als school voorbereidend materiaal toegestuurd.

De laatste twee weken voor het toernooi stonden dan ook al mijn lessen in het teken van de vraag: Wat zouden we 's middags moeten doen? Wat voor vragen zouden ze ons voor kunnen leggen?

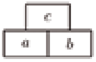
Vrijdag 1 oktober 2010 was het dan eindelijk zo ver: 's ochtends vroeg de trein in. De leerlingen waren allemaal ruim op tijd en vertelden hoe ze bekenden tegengekomen waren die wilden weten wat ze gingen doen. Allen hadden er even omheen gedraaid: we gaan naar Nijmegen, naar de universiteit. Maar ja, aan de andere kant werd doorgevraagd, dus dan vertelden ze toch maar dat ze mee gingen doen aan een wiskundewedstrijd.

We werden ontvangen in de nieuwe kantine van het Huygens gebouw waar ook de wedstrijd plaatsvond. De scoreborden werden nog steeds met de hand bijgehouden door studenten. Maar verder was het allemaal iets professioneler dan in mijn tijd. Twee jongens in pak deden de aankondiging die op grote schermen in alle zijzalen te volgen waren. Er was een beeldverbinding met Leuven en Keulen waar tegelijkertijd dezelfde wedstrijd gehouden werd. Er schortte af en toe wel iets aan de techniek, maar het was toch leuk om te zien hoe daar ook grote groepen enthousiaste leerlingen klaarzaten om aan de Estafettewedstrijd te beginnen.

Als docent werd ik aan een groep leerlingen van een andere school gekoppeld om daar te jureren, maar ik had wel zicht op mijn groepjes leerlingen en hun scoreborden. Na het startsignaal gingen alle leerlingen druk aan de slag. Al vlot werden er scores op de borden ingekleurd. Er werd druk overlegd, verbeterd, gediscussieerd, maar ook handig gegokt. Het eerste half uur hielden mijn beide teams en ook het team waar ik jureerde elkaar aardig in evenwicht. Helaas viel daarna de score bij een van mijn teams stil. Maar de anderen hadden regelmatig weer een goed antwoord. Alleen de tijd was veel te snel om; aangekomen bij opgave 10 of 11 kwam ineens het eindsignaal.

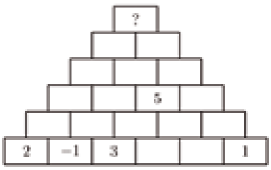
Getallenmuur

Een getallenmuurtje is halfsteens. Op elke steen (behalve de stenen op de onderste rij) hoort een getal te staan zo, dat elk getal de som is van de getallen op de twee stenen waarop hij rust.

Dus als 

dan $c = a + b$.

Op vijf van de stenen staat al een getal geschreven; zie de figuur.



Welk getal hoort op de bovenste steen?

Estafette opgave 3

Als je het VIP-team niet meetelt was mijn eerste team 6e geworden. Ik was apetrots. Zelf vonden ze het nog wel meevallen: ze waren ten slotte niet veel verder gekomen dan de helft van de vragen. Het andere team gaf aan dat het op een moment gewoon niet meer lukte, maar alle 10 hadden ze het leuk gevonden en waren elkaar alweer druk aan het ophitsen door te vertellen wie wat goed gedaan had en dat ze bij het middagdeel wel weer eens zouden laten zien wie het beste was.

Dit tweede deel begon met een presentatie van Wim Heijnen (hoofd afdeling Humane Biologische Sporen) van het NFI die ons vertelde hoe in de praktijk gewerkt wordt met resten van mensen (na een misdaad, maar ook na een groot ongeluk of een natuurramp) om deze te identificeren en hoe de wiskunde die in het voorbereidend materiaal beschreven stond hier een rol bij speelt.

Daarna was er voor ons docenten een leuke lezing van Marjan Sjerps (ook van het NFI) over forensische statistiek en gingen de leerlingen een uur aan het werk om hun misdaad op te lossen. Een soort van logigram moest zelf bedacht en ingevuld worden om te zien wie er op het tijdstip van de moord ter plaatse kon zijn geweest. Een opgave volgde redelijk het laatste en ingewikkeldste voorbeeld uit het voorbereidingsmateriaal: met voorwaardelijke kansen moest bepaald worden wie van 4 verdachten het meest in aanmerking kwam de dader te zijn op basis van de gevonden bewijslasten en er moest o.a. ook gerekend worden aan erfelijkheid via bloedgroepen.

Hierna hadden we met z'n allen een borrel in de 'tent' van de Cosmic Sensation. Een project waarmee de experimentele natuurkunde de academische jaarprijs gewonnen heeft. Een soort van discotheek, waarbij de licht- (en ook geluids)effecten veroorzaakt worden door de kosmische straling die op dat moment op de aarde terecht komt.
Zie hiervoor ook op www.experiencetheuniverse.nl.

Bij de prijsuitreiking werd het even heel spannend. De 10^e^ plaats had in totaal 400 punten en mijn beste team 's ochtends had er bij dat onderdeel 180 gehaald. Ze waren wel zeker van ruim 200 punten, dus dachten in de prijzen gevallen te zijn. Helaas, de ene na de andere winnaar werd naar voren geroepen, het puntentotaal stond inmiddels al boven de 500 en ze wisten wel dat ze niet ruim 300 punten gescoord hadden. Sommigen waren behoorlijk teleurgesteld, maar er werd toch sportief geapplaudisseerd voor het team van RSG Magister Alvinus uit Sneek dat het middagdeel foutloos gedaan had en met 150 punten uit het ochtendonderdeel zeer verdiend winnaar was.

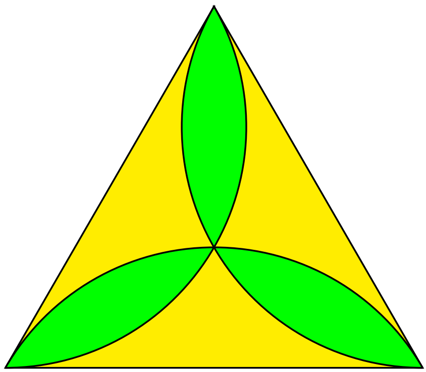
In de trein terug was er nog steeds discussie. Hoe konden ze nu lager dan 400 punten in het totaal hebben? Ik kreeg een ingewikkelde opgave onder mijn neus gedrukt of ik het even op kon lossen... Helaas, ik zag de gemaakte fout niet. Twee andere leerlingen ontdekten wel dat ze 5/4 in plaats van 4/5 uitgerekend hadden ergens midden in een berekening: leesfoutje. Echt zonde!

In de trein zaten ook veel andere deelnemers. Ineens bedachten mijn leerlingen dat ze ook een van de prijswinnaars hadden zien zitten in de coupe naast ons. Zij ernaartoe en daar ontstond weer een geanimeerd gesprek over de opgave die ik niet op had weten te lossen. Ze hoorden wat er fout gegaan was en ook hier ging het om de interpretatie van een vraag. Teleurgesteld waren ze nog wel, maar ze snapten nu waar de fouten zaten en konden dan ook accepteren dat ze `maar 21$^{\text{e}}$' geworden waren.

Heel leuk voor de sfeer in de groep: het tweede team had op het middagonderdeel net een paar punten meer gescoord dan het eerste team. Hadden ze niet in V6 gezeten, dan zouden de leerlingen zeker gezorgd hebben dat we ze voor volgend jaar opnieuw opgegeven hadden, zodat ze dit keer de kleine foutjes niet zouden maken en konden bewijzen dat ze net zo goed waren als 'ons team' van vorig jaar.

Het klaverblad

De punten van de bladen van een klaverblad vormen een gelijkzijdige driehoek met zijden van lengte $\sqrt{6}$. De bladen worden begrensd door cirkelbogen die door hoekpunten en het middelpunt van de driehoek gaan. Zie de figuur:



Hoe groot is de oppervlakte van het klaverblad?

Estafette opgave 11

De foto's en opgaven zijn ook te vinden op www.ru.nl/wiskundetoernooi/editie-2010

Personeelswisselingen

door Bernd Souvigner

Sinds de vorige editie van de Wortel In Druk hebben er de volgende veranderingen in de vaste staf van wiskunde plaatsgevonden.

De secretaresse Willy van de Sluis is met pensioen gegaan. Op het secretariaat werken nu Greta Oliemeulen, Astrid Linssen en Yvonne van Dalen.

De ‘Applied Stochastics’ groep wordt versterkt door Wioletta Ruszel, die tegenwoordig een gedeelde UD positie op de Radboud Universiteit en aan de TU Eindhoven heeft.

In de ‘Mathematical Physics’ groep heeft Walter van Suijlekom het VENI-project ‘Noncommutative geometry of quantum gauge fields’ binnengehaald waar hij nu op aangesteld is.

Wiskunde is zuiver en toegepast

door Jan Willem Bikker

Wat betekent toegepaste wiskunde, en wat is het verschil met zuivere wiskunde? Dat is een vraag waar ik zo nu en dan over nadenk. In mijn dagelijks werk gebruik ik wiskunde en statistiek als gereedschappen om problemen uit de 'echte wereld' aan te pakken. Echter in hoeverre gebruik ik de kennis en kunde die ik heb opgedaan tijdens mijn studie zuivere wiskunde in Nijmegen? Als ik het over mocht doen, zou ik in 1997 wat anders zijn gaan studeren? Dit essay is een heel persoonlijke kijk op deze vragen.

Wiskunde is een fascinerend vak, een soort kunstvorm, en dit geldt vooral voor zuivere wiskunde. Denk aan de meetkunde met zijn stellingen over driehoeken en cirkels, de onvolledigheidsstelling van Gödel, de harige bolstelling, het feit dat π transcendent is, wat bewijst dat de kwadratuur van de cirkel niet mogelijk is, Galoistheorie die bewijst dat er geen wortelformules als de abc-formule bestaan voor vijfde- en hogere graads vergelijkingen, Gröbner-bases waarmee je kunt berekenen of een veeltermafbeelding inverteerbaar is, de meetkunde met zijn topologieën waarmee je knopen uit elkaar kunt houden… Dit zijn allemaal voorbeelden die ik in mijn studie ben tegengekomen en waarvan ik geen toepassing ken. Het zijn mooie resultaten op zichzelf, en de aard van de schoonheid ervan is vergelijkbaar met die van de beklimming van de Mount Everest, het bereiken van de maan, of het lopen van de 100 meter onder de 10 seconden.

Toegepaste wiskunde (wachtrijtheorie, cryptografie, financiële wiskunde, statistiek, enzovoort) heeft een iets andere aard. Vergis je niet, er zijn veel resultaten die intrinsiek mooi zijn. Het werk van Black, Scholes en Merton om een goede prijs te bedenken voor een optie op een aandeel is op zichzelf al schitterend. In 1948 bedacht Shannon zijn 'noisy channel coding theorem' voor het verzenden van digitale informatie over communicatieverbinding met ruis, waarbij fouten gecorrigeerd moeten worden, zoals bijvoorbeeld krasjes op een CD. In tegenstelling tot wat de meeste mensen toen dachten, bewees hij dat betrouwbare communicatie mogelijk is zelfs voor verbindingen waarbij de 1-en en 0-en soms omgedraaid aankomen bij de ontvanger ('ruis'). Dit leidde tot het vakgebied informatietheorie, op het grensvlak van toegepaste wiskunde en elektrotechniek. Het vakgebied Operations Research heeft lastige optimalisatieproblemen zoals routeplanning met de TomTom of een goed middelbare schoolrooster maken. Hiervoor bestaan tal van aanpakken en varianten, met vaak mooie en elegante trucs. Een laatste voorbeeld is numerieke wiskunde en werktuigbouwkunde, waar resonantiefrequenties van bruggen bepaald moeten worden (als een groep soldaten over een brug marcheert met de voetstappen in een van de resonantiefrequenties, kan de brug instorten). Dit is uiteindelijk een eigenwaardeprobleem van een zeer grote matrix, waarvoor de methoden uit de eerste jaren lineaire algebra niet werkbaar zijn. De numerieke wiskunde geeft je methoden om deze toch efficiënt uit te rekenen. Echter wat toegepaste wiskunde van zuivere wiskunde onderscheidt is dat de motivatie uiteindelijk ook geworteld is in de mogelijkheid om het resultaat (of de theorie er net omheen) toe te kunnen passen in de praktijk. De motivatie is een mix van de intrinsieke schoonheid en rigoreuze bewijzen, en de mogelijke toepassing.

Hoe uit zich het verschil tussen toegepaste en zuivere wiskunde? In het volgende overzichtje zitten vast heel subjectieve waarnemingen die niet kloppen, maar ik waag mij er toch aan.

Zuivere wiskunde	Toegepaste wiskunde
Grote minderheid van vrouwelijke studenten	Voornamelijk mannelijke studenten
Muziek: Relatief velen hebben een vergaande passie voor muziek	Sport: Relatief velen hebben een vergaande passie voor sport
Verbindingen met middelbaar onderwijs	Verbindingen met bedrijfsleven
Afstudeerscriptie is alleen te lezen met flink veel voorkennis uit het vakgebied	Afstudeerscriptie is leesbaar zelfs als het niet je eigen vakgebied is
Veel van wat onderwezen wordt is bedacht voor 1900	Veel van wat onderwezen wordt is bedacht na 1900
Hoog abstractieniveau: begrippen en bouwstenen zijn “op elkaar gestapeld” – denk aan de definitie van wat een Hilbertruimte is, of een ring van gehelen in de getaltheorie	In veel gebieden een laag abstractieniveau. Basiskennis van lineaire algebra en kansrekening zijn vaak het uitgangspunt.
Typische moeilijkheid is abstractie doorgronden	Typische moeilijkheid is om snel genoeg een betrouwbaar genoeg resultaat te bereiken

Ik werk bij het adviesbureau CQM (Consultants in Quantitatieve Methoden). In mijn dagelijks werk treed ik op als consultant in ontwikkelafdelingen van bijvoorbeeld Philips en Heineken. Hier helpt het gebruik van modellen en de werkwijze van statistiek bij productontwikkeling en verbetering. Als je al in een vroegtijdig stadium je product en fabricageprocessen begrijpt (met bijvoorbeeld wiskundige modellen), kun je ook vroegtijdig problemen signaleren en al in de ontwerpfase oplossen. Het oplossen van problemen in de ontwerpfase is veel goedkoper dan wanneer de machines al in de fabriek staan en de producten al naar de winkels gaan.

In de praktijk help ik projectteams om de juiste conclusies te halen uit beschikbare gegevens, en ook welke testen of activiteiten je moet opzetten om de gewenste kennis te vergaren. Vaak is de informatie en de tijd beperkt en help ik een inschatting te maken wat je nu ‘het beste’ kunt doen. Hierbij put ik regelmatig in de gereedschapskist met wiskunde en statistiek, maar vooral put ik ook uit mijn ervaring om structuren te doorzien. Die ervaring heb ik mede opgedaan in de studie zuivere wiskunde.

Naast zuivere en toegepaste wiskunde heb je ook nog commercieel gebruik van toegepaste wiskunde. Op technische universiteiten zijn toegepast wiskundigen soms bezig een hamer uit te vinden, en dan in de wereld rond te kijken of er ook spijkers zijn. Om commercieel te overleven moet je anders werken: je zoekt spijkers waarvan je denkt dat je met je wiskunde/informatica/econometrie-achtergrond wel eens redelijke hamers kunt bedenken. Dat de hamer niet perfect past, of dat er nog veel meer aan te ontwikkelen valt, is dan jammer maar helaas: het gaat om het oplossen van het klantenprobleem.

Ontwikkelt de studie wiskunde het vermogen om structuren te doorzien, of kiezen mensen die die vaardigheid toch al hebben vaak de studie wiskunde? Het vraagstuk van oorzaak en gevolg. Hoe het ook zij, ik denk wel dat zuivere wiskunde de meest intensieve training is in logisch nadenken en daarmee bijdraagt aan het vermogen om complexe problemen in het bedrijfsleven en de verdere wereld te doorgronden. In de tools en technieken van optimalisatie en statistiek heb ik niet direct stellingen uit topologie of differentieerbare variëteiten gebruikt. Echter het getraind zijn in deze vakken of algebra heeft me wel geholpen om snel nieuwe stukjes toegepaste wiskunde eigen te maken; het helpt om te kunnen denken in abstracte ruimtes bij optimalisatieproblemen, of in symbolen en eigenwaarden bij statistiek.

Welke studie zou ik 18 jarigen aanraden: toegepaste of zuivere wiskunde? Voor een steil carrièrepad in het bedrijfsleven toegepaste wiskunde. Als dat niet eerste prioriteit is, zijn beide keuzes goed. Ik heb zelf geen spijt van mijn studie in Nijmegen.

Collectiviteitskorting zorgverzekeraar VGZ

door Mascha Honsbeek

De Radboud Universiteit heeft zijn collectiviteitskorting voor VGZ uitgebreid, zodat ook de alumni hiervan kunnen profiteren. De korting op uw polis is ongeveer 7 à 8%.

Voorwaarde: u moet lid zijn van de Vrienden van de Radboud: 24 euro per jaar, aanmelden via http://alumniweb.ru.nl/radboud.

Op bovenstaande site vindt u ook informatie hoe u zich aan kunt melden. (Wisselen van ziektekostenverzekeraar kan alleen per 1 januari kostenloos).

Bent u al bij VGZ verzekerd, dan volstaat een telefoontje, waarbij u zich moet legitimeren en vervolgens het collectiviteitsnummer (10413) en uw eigen Vriendenpasnummer moet vermelden.

Wortel in Druk is de nieuwsbrief van
Wiskunde Reünistenkring De Wortel.

Februari 2011, nummer 17

Aan dit nummer werkten mee:
Jan-Willem Bikker, Janneke
van den Boomen, Mignon Engel,
Mascha Honsbeek, Frans Janssen,
Moniek Messink, Bernd Souvigner

alumniweb.ru.nl
www.wortel.math.ru.nl
dewortel@math.ru.nl